

**Санкт-Петербургское государственное бюджетное профессиональное  
образовательное учреждение  
«Академия управления городской средой, градостроительства и печати»**

**УТВЕРЖДАЮ**  
**Заместитель директора**  
**по учебно-методической работе**  
**О.В.Фомичева**  
**«26» декабря 2025 г.**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
ПО ПЛАНИРОВАНИЮ И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

***ОП.01 «ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»***

**специальности 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий  
искусственного интеллекта**

Форма обучения - очная

**Санкт-Петербург  
2025**

Разработчик: Ипатова С.В./Оболенская Е.Г., методисты СПб ГБПОУ АУГСГиП

Одобрены на заседании цикловой комиссии

Общетехнических дисциплин и компьютерных технологий

Протокол № 4

От 09.12.2025 г.

Председатель цикловой комиссии:

Шурухина И.Е.

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания

формируемые ПК, ОК, ЛР	Умения	Знания
ОК 05 ПК 1.2 ЛР1-4,10 ЛР 13-17	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений</li> <li>– Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости</li> <li>– Применять методы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– Решать дифференциальные уравнения</li> <li>– Пользоваться понятиями теории комплексных чисел</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии</li> <li>– Основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– Основы теории комплексных чисел</li> </ul>

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на Государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ПК 1.2 Разрабатывать программные модули в соответствии с техническим заданием.

## СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

### Линейная алгебра

#### Тема 1.1 Матрицы и определители

##### Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Решение задач по теме 1.1.

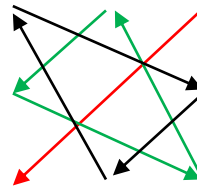
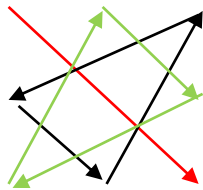
Подготовка сообщения «Алгоритм для нахождения обратной матрицы».

Работа с конспектом лекции.

##### **Предварительно ознакомьтесь со следующими теоретическими вопросами:**

При вычислении определителей третьего порядка удобно пользоваться правилом треугольников (или Саррюса), которое символически можно записать так:

.....  
..... - .....  
.....



**Минором**  $M_{ij}$  элемента  $a_{ij}$  определителя  $D = |a_{ij}|$ , где  $i$  и  $j$  меняются от 1 до  $n$ , называется такой новый определитель, который получается из данного определителя вычеркиванием строки и столбца, содержащий данный элемент.

**Алгебраическим дополнением** элемента  $a_{ij}$  определителя  $D$  называется минор  $M_{ij}$  этого элемента, взятый со знаком  $(-1)^{i+j}$

Алгебраическое дополнение элемента  $a_{ij}$  принято обозначать  $A_{ij}$ .

Таким образом,  $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

#### УПРАЖНЕНИЯ:

##### 1.1 Вычислите: $D = A \times B - 3C$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

##### 1.2 Вычислите: $D = ABC$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

##### 1.3 Вычислите: $D = A \times B - 2C$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

##### 1.4 Вычислите: $D = ABC$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

##### 1.5 Вычислите матрицу $D = (BC)^T - 3A^2$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -1 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$$

**1.6 Вычислите матрицу  $D=2A^T B+3C^2$ , где**

$$A=\begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

**1.7 Вычислите определители:**

а)  $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$ ; б)  $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$ ; в)  $\begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix}$ ; г)  $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$ ; д)  $\begin{vmatrix} a+b & b \\ 2a & a-b \end{vmatrix}$ ;

е)  $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix}$ ; ж)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ ; з)  $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$ ,

и)  $\begin{vmatrix} a+x & x & x \\ x & b+x & x \\ x & x & c+x \end{vmatrix}$ , к)  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ , л)  $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 7 & -1 \end{vmatrix}$ , м)  $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$ .

**1.8 Найдите миноры и алгебраические дополнения всех элементов определителя матрицы А:**

а)  $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ ; б)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

**1.8 Вычислите определитель четвертого порядка:**

а)  $\begin{vmatrix} 8 & 3 & 0 & 2 \\ -4 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$ ; б)  $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 4 & -2 & 3 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ ; в)  $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 8 \\ -1 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \end{vmatrix}$ .

**1.9 Вычислить обратную матрицу:**

а)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -3 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ ; б)  $A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

**1.10 Вычислить ранг матрицы:**

а)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 4 & -1 & 5 \\ 2 & -6 & -1 \end{pmatrix}$ ; б)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ .

**1.11 Решить уравнение:**

а)  $X \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ ; б)  $X \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

**Формы контроля самостоятельной работы:** демонстрация составленного алгоритма для нахождения обратной матрицы, проверка преподавателем выполненных упражнений.

## Системы линейных алгебраических уравнений

### Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Решение заданий по теме 1.2.

#### УПРАЖНЕНИЯ:

#### 1.12 Решить по формулам Крамера системы линейных уравнений:

$$1) \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 13, \\ 2x_1 + 7x_2 = 81. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 = -6, \\ 3x_1 + 4x_2 = 18. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 10, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 23, \\ x_2 + 2x_3 = 13. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 11, \\ 5x_2 + 6x_3 = 28, \\ x_1 + 2x_3 = 7. \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 5x + 3y = 12, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 6x - 4y = 11. \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 6x - 9y = 33. \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 2x - 3y + z = -7, \\ x + 4y + 2z = -1, \\ x - 4y = -5. \end{cases}$$

#### 1.13 Решить методом Гаусса системы уравнений:

$$а) \begin{cases} x + y + z = 5, \\ 2x - y + z = 2, \\ 3x - y + z = 3. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ 5x - 2y - 2z = 3, \\ x + y - z = -2. \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 3x + 2y - z = 4, \\ 2x - y + 3z = 9, \\ x - 2y + 2z = 3. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 11, \\ 5x_2 + 6x_3 = 28, \\ x_1 + 2x_3 = 7. \end{cases}$$

#### 1.14 Решить СЛАУ разными способами и сравнить ответы:

$$а) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

Формы контроля самостоятельной работы: проверка преподавателем выполненных упражнений.

# Аналитическая геометрия

## Основы алгебры векторов

### УПРАЖНЕНИЯ:

2.1. Даны точки:  $A(6; 1; 2)$ ,  $B(1; 0; 3)$ ,  $C(5; 3; 4)$ ,  
 $D(0; 2; 5)$ . Найдите:

- угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$ ;
- расстояние между серединами отрезков  $AB$  и  $CD$ .

2.2. Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ :  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $\angle(\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ$ .

Найдите  $|2\vec{a} - \vec{b}|$ .

2.3. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $K$  – центр грани  $ABCD$ . Вычислите угол между прямыми:

- $BC_1$  и  $D_1K$ ;
- $B_1D$  и  $C_1K$ .

2.4 Две стороны прямоугольника  $ABCD$  (см. рисунок) равны 4 и 7. Диагонали пересекаются в точке  $O$ . Найдите длину суммы векторов  $\overrightarrow{AO}$  и  $\overrightarrow{BO}$ .



2.5 Составить справочный материал по теме «Векторы. Действия с векторами».

**Формы контроля самостоятельной работы:** проверка преподавателем выполненных упражнений, демонстрация справочного материала.

### Тема 2.1. Уравнение прямой на плоскости

#### Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Решение задач по теме 2.2.

**Предварительно ознакомьтесь со следующими вопросами по теме "Уравнение прямой на плоскости":**

- Расстояние между двумя точками на плоскости  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ :  
 $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Деление отрезка пополам (нахождение середины отрезка):  
 $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}$ .
- Угловой коэффициент прямой:  $k = \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  - угол, угол наклона прямой к оси  $OX$ ,  $0 \leq \alpha < \pi$ .
- Уравнение прямой с угловым коэффициентом:  $y = kx + b$ .
- Уравнение прямой, проходящей через заданную точку  $(x_0; y_0)$  в данном направлении (уравнение пучка прямых):  $y - y_0 = k(x - x_0)$ .
- Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки  $(x_1; y_1)$  и  $(x_2; y_2)$ :  
 $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}; \quad y_2 \neq y_1; \quad x_2 \neq x_1$ .
- Общее уравнение прямой  $Ax + By + C = 0$ , его частные случаи:  $AB + By = 0$ ,  $Ax + B = 0$ ,  $By + C = 0$ .  
 $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2 k_1}$
- Угол между двумя прямыми: где  $k_1$  и  $k_2$  - угловые коэффициенты данных прямых.
- Условие параллельности двух прямых:  $k_1 = k_2$ .
- Условие перпендикулярности двух прямых:  $k_1 = -1/k_2$ .

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

11. Расстояние от точки  $(x_0; y_0)$  до прямой  $Ax + By + C = 0$ :

Обратите внимание, что уравнение прямой, в каком бы виде оно ни было записано, является уравнением первой степени.

### УПРАЖНЕНИЯ:

**2.6** Даны вершины  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$ ,  $C(x_3; y_3)$  треугольника.

Сделать чертеж и найти:

1. длину стороны АВ;
2. внутренний угол А в радианах с точностью до 0,01;
3. уравнение высоты, проведенной через вершину С;
4. уравнение медианы, проведенной через вершину В;
5. точку пересечения медианы ВЕ и высоты CD;
6. длину высоты, проведенной через вершину С.

1.  $A(4; 1)$        $B(-4; 7)$        $C(-3; 2)$

2.  $A(10; 0)$        $B(2; 6)$        $C(3; 1)$

3.  $A(8; 2)$        $B(0; 8)$        $C(1; 3)$

4.  $A(5; -1)$        $B(-3; 5)$        $C(-2; 0)$

5.  $A(6; 2)$        $B(-2; 8)$        $C(-1; 3)$

6.  $A(7; 3)$        $B(-1; 9)$        $C(0; 4)$

7.  $A(8; 3)$        $B(0; 9)$        $C(1; 4)$

8.  $A(12; -2)$        $B(4; 4)$        $C(5; -1)$

9.  $A(14; -1)$        $B(6; 5)$        $C(7; 0)$

10.  $A(9; 3)$        $B(1; 9)$        $C(2; 4)$

**2.7** Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $A(4; -7)$  и  $B(-2; 3)$ .

**2.8** Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $M(8; 4)$  и  $K(-2; 1)$ .

**2.9** Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $P(3; 7)$  и  $C(6; -4)$ .

**Формы контроля самостоятельной работы:** проверка преподавателем выполненных упражнений.

## Тема 2.2. Кривые второго порядка

### Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Подготовка сообщений по теме «Практическое использование кривых второго порядка»

**Предварительно ознакомьтесь со следующими вопросами по теме "Кривые второго порядка":**

Канонические уравнения кривых второго порядка. Графики этих кривых:

а) окружность:  $x^2 + y^2 = R^2$ ;

б) эллипс:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ;

в) гипербола:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ;

г) парабола  $y = ax^2$  (с осью симметрии Oy),  $x = by^2$  (с осью симметрии Ox).

### ЗАДАНИЕ:

**2.9** Подготовить сообщение на одну из тем:

- Эллипс, его уравнение, изображение, практическое использование;
- Парабола, ее уравнение, изображение, практическое использование;
- Гипербола, ее уравнение, изображение, практическое использование;

- Циклоида, ее уравнение, изображение, практическое использование;
- Кардиоида, ее уравнение, изображение, практическое использование.

**Форма контроля самостоятельной работы:** демонстрация собранного материала по теме.

## Основы дифференциального и интегрального исчисления

### Тема 3.1. Теория пределов

#### **Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:**

Выполнение домашнего задания по теме 3.1.

Подготовка сообщения на тему «Замечательные пределы. Число  $e$ ».

Подготовка сообщения на тему «Точки разрыва».

#### ***Предварительно ознакомьтесь со следующими теоретическими положениями:***

**Определение:** Конечное число  $A$  называется пределом функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ , если для любого положительного числа  $\varepsilon$  можно указать такое положительное  $\delta = \delta(\varepsilon)$ , что для всех значений  $x$ , удовлетворяющих неравенству  $0 < |x - x_0| < \delta$ , соответствующие значения функции удовлетворяют неравенству  $|f(x) - A| < \varepsilon$ . Для обозначения такого предела используют символику:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$$

В случае, когда функция непрерывна в точке  $a$ , ее предел при  $x \rightarrow a$  равен значению функции в данной точке.

*Пример:* Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 3} (5x + 2x^2 - 10) = 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 - 10 = 23$$

При решении задач полезно помнить следующие основные свойства пределов функций:

1. Предел постоянного числа равен самому этому числу.
2. Постоянный множитель можно выносить за знак предела
 
$$\lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$
3. Предел суммы (или разности) функций равен сумме (или разности) их пределов, если оба предела являются конечными
 
$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$
4. Предел произведения функций равен произведению их пределов, если оба предела являются конечными
 
$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$
5. Предел отношения функций равен отношению их пределов, если оба предела являются конечными и знаменатель не обращается в нуль

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}, \text{ если } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$$

#### **Замечательные пределы**

- **Первый замечательный предел:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

- **Второй замечательный предел:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$$

$\left[ \begin{array}{c} \infty \\ - \\ \infty \end{array} \right]$ **Вычисление предела отношения двух многочленов в случае неопределенности**

Пусть дана дробно-рациональная функция  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ ,

где  $P(x)$  и  $Q(x)$  некоторые многочлены. Тогда:

1. Если старшая степень числителя больше старшей степени знаменателя, то

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

2. Если старшая степень знаменателя больше старшей степени числителя, то

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

3. Если старшие степени числителя и знаменателя равны, то

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{p}{q},$$

где  $p, q$  - числовые коэффициенты при наивысших степенях  $x$  числителя и знаменателя.

**Пример:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + x - 2}$$

**Решение:**

В данном случае имеем неопределённость вида  $\left[ \begin{array}{c} \infty \\ - \\ \infty \end{array} \right]$

Старшие степени числителя и знаменателя одинаковы (равны двум), поэтому предел равен отношению их коэффициентов:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + x - 2} = \frac{1}{3}$$

**УПРАЖНЕНИЯ:****3.1 Вычислите пределы.**

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2 + x}$     в)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$     г)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 + x}{x^2 - 9}$

**3.2 Вычислите пределы.**

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 2x^2 + 3x)$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^3 + 3x - 2}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + x - 6}$ ;  
г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 - 3x}{2x^2 - 9x}$ ;    д)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{2x^2 + x - 1}$ ;    е)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^3 + x^2 - 2x}$ ;    ж)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ ;

**3.3 Вычислите пределы:**

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{3x - 5}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{7 - x}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{\sqrt{3x^2 + x - 4}}$ ;  
г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x + 5}{2x - 7x^4}$ ;    д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3}{2x^3 + \sqrt{2x} - 1}$ ;    е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + x^5}{4 - x^3}$ ;  
ж)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 10}{2 - x^2}$ ;    з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x^2 - x} - x \right)$ ;

$$\text{и) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}{9x^5 + 101}; \quad \text{к) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-3x^{11})^3}{(8x^5 + 2)^7}.$$

**3.4** Подготовьте сообщение на тему «Замечательные пределы. Число  $e$ ».

**3.5** Подготовьте сообщение на тему «Точки разрыва».

**Форма контроля самостоятельной работы:** демонстрация собранного материала по теме, проверка преподавателем выполненных упражнений.

## Тема 3.2. Дифференцирование функций

### Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Выполнение домашнего задания по теме 3.2.

**Предварительно ознакомьтесь со следующими теоретическими положениями:**

#### **Основные правила дифференцирования**

Пусть  $C$  постоянная,  $u(x), v(x)$  - дифференцируемые в точке  $x$  функции.

1.  $C' = 0$ ;
2.  $x' = 1$ ;
3.  $(u \pm v)' = u' \pm v'$ ;
4.  $(cu)' = cu'$ ;
5.  $(uv)' = u'v + uv'$ ;
6.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, v \neq 0$ ;

**Формула производной функции, заданной параметрически:**

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \Psi(t), \end{cases} \quad y'_x = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} \quad \text{или} \quad y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

#### **Дифференцирование неявных функций.**

**Определение.** Если зависимость  $y$  от  $x$  задается посредством соотношения  $F(x, y) = 0$ , где  $F(x, y)$  - выражение, содержащее  $x$  и  $y$ , то  $y$  называется неявной функцией от  $x$ . Для определения производной от неявно заданной функции нужно обе части уравнения  $F(x, y) = 0$ , продифференцировать по  $x$ , рассматривая  $y$  как функцию от  $x$ , а затем из полученного равенства выразить  $y'$ .

#### **Алгоритм исследования функции**

- 1) Область определения функции  $D(x)$
- 2) четность, периодичность функции
- 3) Точки пересечения с осью  $OX$
- 4) Точка пересечения с осью  $OY$
- 5) Вертикальные асимптоты
- 6) Горизонтальные или наклонные асимптоты
- 7) Первая производная функции
- 8) Критические точки, интервалы монотонности и точки экстремума
- 9) Вторая производная функции
- 10) Интервалы выпуклости и точки перегиба
- 11) Значения функции в критических точках
- 12) Дополнительные (уточняющие) точки
- 13) График функции.

#### **Область определения функции**

Областью определения функции  $f(x)$  называется множество значений аргумента  $x$ , при котором функция не теряет смысла. Обозначается область определения  $D(x)$ .

Для любого многочлена  $D(x)=R$ , где  $R$ - множество действительных чисел.

### **Четность функции**

Функция называется **четной**, если для любого  $x$  из ее области определения выполняется равенство:  $f(-x) = f(x)$ .

График четной функции симметричен относительно оси  $OY$ .

Функция называется **нечетной**, если для любого  $x$  из ее области определения выполняется равенство:  $f(-x) = -f(x)$ .

График нечетной функции симметричен относительно начала координат.

### **Точки пересечения с осью $OX$**

Если график пересекает ось  $OX$ , то функция  $f(x)$  в этой точке равна нулю. Чтобы найти точки пересечения графика с осью  $OX$  необходимо решить уравнение  $f(x)=0$ . Полученные значения  $x$  и есть точки пересечения графика с осью  $OX$ .

### **Точка пересечения с осью $OY$**

Если график пересекает ось  $OY$ , то аргумент  $x$  в этой точке равен нулю. Чтобы найти точку пересечения графика с осью  $OY$  необходимо найти значение функции в точке  $x=0$ , то есть  $f(0)$ .

### **Критические точки**

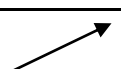
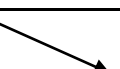
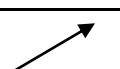
Для того, чтобы найти критические точки необходимо: найти производную функции  $f'(x)$  и приравнять нулю. Полученные при решении уравнения значения  $x$  и будут критическими точками.

### **Проверка критических точек на экстремум и нахождение промежутков возрастания и убывания**

Допустим мы нашли две критических точки  $x_1$  и  $x_2$ .

Определим знаки производной при переходе через критические точки

Составим таблицу, предполагая, что на первом и последнем промежутке производная положительна, а на втором отрицательна (для примера).

$x$	$(-\infty; x_1)$	$x_1$	$(x_1; x_2)$	$x_2$	$(x_2; \infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		$f(x_1)$		$f(x_2)$	

### **Дополнительные точки**

При необходимости для уточнения графика можно вычислить дополнительные точки. Для этого нужно найти значения функции в некоторых точках.

### **УПРАЖНЕНИЯ:**

#### **3.6 Найдите производную функции:**

а)  $y = 10x^4 - 15x^6 + \frac{2}{x}$ ; б)  $y = (x^2 - 2x + 3)(x^2 + 8x)$ , в)  $y = 91x^2 - \frac{5}{x^4} + 8$ ;

г)  $y = 4x^5 + \frac{2}{x^3} + 5x$ ; д)  $y = 23x^4 - x^3\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ ; е)  $y = 21x^4 - 5x^6 + 9 + x^5\sqrt{x}$ ;

ж)  $y = \frac{12}{x} - 7x^2 + 5$ ; з)  $y = 12x^7 - x^4\sqrt{x} + 5$ ; и)  $y = 6x^7 - \frac{5}{x^3} + 8$ .

#### **3.7 Найдите производную функции:**

а)  $y = \frac{4x}{x^3 + 4}$ ; б)  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ; в)  $y = \frac{7x + 2}{3x - 4}$ ; г)  $y = \frac{x^3 - 8}{2x^2 + 3}$ .

#### **3.8 Найдите производную функции, заданной неявно уравнением:**

а)  $2y = 1 + xy^3$ ; б)  $e^y - \ln y = 5e^x$ ; в)  $e^y = x + y$ .

#### **3.9 Найдите производную $y'(x)$ функции, заданной параметрически:**

$$а) \begin{cases} x = 2t + 3t^2 \\ y = t^2 + 2t^3 \end{cases}; \quad б) \begin{cases} x = 7 \cos^2 t \\ y = -3 \sin^2 t \end{cases}; \quad в) \begin{cases} x = 2t + 3t^2 \\ y = t^2 + 2t^3 \end{cases}$$

**3.10 Найдите вторую производную функции:**

а)  $y = (5x^2 - 2)^6$ ; б)  $y = (7 - 3x^3)^7$ ; в)  $y = (1 - 6x^3)^5$ ; г)  $y = (1 - 4x^2)^{10}$

**3.11 Найдите асимптоты графиков функций:**

а)  $y = \frac{x}{5x-3}$ ; б)  $y = \frac{x^3}{x^2+9}$ ; в)  $y = \frac{3x^2}{x-1}$ ; г)  $y = \frac{1-5x}{2x+3}$ ;

д)  $y = \frac{x^2+1}{x^2-4}$ ; е)  $y = \frac{-2}{(x+3)^2}$ ; ж)  $y = \frac{x^4-1}{x^4+1}$ .

**3.12 Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты, определить выпуклость, построить график функции  $y = f(x)$ , если:**

а)  $y = x^3 - 3x^2 + 4$ ;

б)  $f(x) = \frac{x^2}{2x+3}$ ;

в)  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{1}{3}$ ;

г)  $f(x) = \frac{x^2-1}{3x-5}$ ;

**Форма контроля самостоятельной работы:** проверка преподавателем выполненных упражнений.

### Тема 3.3. Интегрирование функций

**Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:**

Выполнение домашнего задания по теме 3.3.

Изучение темы «Интегрирование рациональных функций»

Подбор примеров применения определенного интеграла.

Составление справочного материала по теме «Интеграл».

***Предварительно ознакомьтесь со следующими теоретическими положениями:***

При нахождении интегралов часто возникает необходимость вычисления дифференциала функции. **Определение.** Главная часть приращения функции, линейная относительно приращения независимой переменной, называется дифференциалом функции и обозначается знаком  $d$ , то есть,  $dy = f'(x) \cdot dx$ . Очевидно, **чтобы вычислить дифференциал функции, нужно ее производную умножить на  $dx$ .**

Идея интегрирования заключается в том, чтобы свести данный интеграл к одному из табличных интегралов. Поэтому, приступая к решению задач ознакомьтесь с таблицей интегралов.

1.  $\int dx = x + c$

9.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c$

2.  $\int x^\alpha \cdot dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, \alpha \neq -1$

10.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsin} x + c$

3.  $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c$

11.  $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + c$

$$4. \int e^x dx = e^x + c$$

$$12. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + c$$

$$5. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$13. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$$

$$6. \int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$14. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + c$$

$$7. \int \cos x dx = \sin x + c$$

$$15. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$$

$$8. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + c$$

**Формула Ньютона – Лейбница:**  $\int_a^b f(x) \cdot dx = F(b) - F(a).$

**Площадь криволинейной трапеции:**  $S = \int_a^b f(x) \cdot dx.$

### УПРАЖНЕНИЯ:

**3.13 Вычислите неопределенные интегралы:**

- а)  $\int (4x^4 + 3x^2 - 2x + 5) dx$ ; б)  $\int (6 - x - 2x^2 + 5x^4) dx$ ; в)  $\int (3 + x - 3x^3 + 4x^5) dx$ ;  
 г)  $\int (2x^6 - 3x^4 + 5x - 2) dx$ ; д)  $\int (9x^6 - 2x^3 + 5x - 1) dx$ ; е)  $\int (1 - 5x + 6x^5 - 7x^6) dx$ ;  
 ж)  $\int \frac{4x^3 - 6x + 2}{3x} dx$ ; з)  $\int \frac{7 - 2x^2 + 3x^4}{5x^3} dx$ ; и)  $\int \frac{3 - x + 2x^4}{5x} dx$ ; к)  $\int \frac{7x^2 - 3x - 1}{2x^2} dx.$

**3.14 Вычислите неопределенные интегралы:**

- а)  $\int (7x + 5)^6 dx$ ; б)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{3 + 5x^3}} dx$ ; в)  $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} dx$ ; г)  $\int \frac{x^3}{1 + x^4} dx$ ;  
 д)  $\int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$ ; е)  $\int e^{2x+3} dx$ ; ж)  $\int \frac{1}{\sqrt{3x + 5}} dx$ ; и)  $\int \frac{\cos x}{2 - \sin(x)} dx$

**3.15 Вычислите определенные интегралы:**

- а)  $\int_1^2 (2x - 3x^2) dx$ ; б)  $\int_0^7 (7 + \sqrt{x}) dx$ ; в)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$ ; г)  $\int_1^2 \frac{dx}{x^4}$ ; д)  $\int_0^2 (x^2 - 3) dx$

**3.16 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:**

- а)  $y = 4x - x^2$  и  $y = 4 - x$ ; б)  $y = x^2 - 1$ ,  $y = 2x - x^2$ .

**3.17** Подготовьте сообщение на тему: «Интегрирование рациональных функций».

**3.18** Подберите примеры применения определенного интеграла.

**3.19** Составьте справочный материал по теме «Интеграл».

**Форма контроля самостоятельной работы:** демонстрация собранного материала по теме, проверка преподавателем выполненных упражнений.

## Комплексные числа

### Образец выполнения самостоятельной работы № 5

1. Составить квадратное уравнение по его корням  $x_1 = 1 - \sqrt{3}i$  и  $x_2 = 1 + \sqrt{3}i$ .

**Решение.** По теореме Виета произведение корней приведённого квадратного уравнения равно свободному члену уравнения, а сумма корней – второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, поэтому имеем

$$x_1 x_2 = (1 - \sqrt{3}i)(1 + \sqrt{3}i) = 1 + 3 = 4,$$

$$x_1 + x_2 = (1 - \sqrt{3}i) + (1 + \sqrt{3}i) = 1 - \sqrt{3}i + 1 + \sqrt{3}i = 2,$$

$$x^2 + px + q = 0, \quad x^2 - 2x + 4 = 0.$$

**Ответ.**  $x^2 - 2x + 4 = 0$ .

2. Найти действительные числа  $x$  и  $y$  из уравнения  $5x - 2y + (x + y)i = 4 + 5i$ .

**Решение.** Составим и решим систему  $\begin{cases} 5x - 2y = 4, \\ x + y = 5, \end{cases} \begin{cases} 5x - 2y = 4, \\ 2x + 2y = 10, \end{cases} \begin{cases} 7x = 14, \\ x + y = 5, \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ 2 + y = 5, \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$$

**Ответ.** (2; 3).

3. Выполнить действия а)  $\frac{17-3i}{2+i}$ ; б)  $\frac{i^8-3i^{11}}{1+2i^{19}}$ ; в)  $\frac{(-\sqrt{2}-i\sqrt{2})^6}{12e^{-\frac{\pi}{2}}}$ .

**Решение.** а)  $\frac{17-3i}{2+i} = \frac{(17-3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{34-17i-6i+3i^2}{4+1} = \frac{31-23i}{5} = \frac{31}{5} - \frac{23}{5}i$ .

б)  $\frac{i^8-3i^{11}}{1+2i^{19}} = \frac{1-3(-i)}{1+2(-i)} = \frac{1+3i}{1-2i} = \frac{(1+3i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{1+5i+6i^2}{1+4} = \frac{1+5i-6}{5} = \frac{-5+5i}{5} = -1+i$ .

$i^2 = -1, i^4 = -1 \cdot (-1) = 1, i^8 = 1, i = \sqrt{-1}, i^3 = -\sqrt{-1} = -i, i^5 = \sqrt{-1} = i, i^7 = -\sqrt{-1} = -i, i^9 = \sqrt{-1} = i$ .

Таким образом,  $i^{4k} = 1, i^{4k+1} = i, i^{4k+2} = -1, i^{4k+3} = -i$ ,

в)  $\frac{(-\sqrt{2}-i\sqrt{2})^6}{12e^{-\frac{\pi}{2}}} = \frac{2^6 \left( \cos 6\frac{\pi}{4} + i \sin 6\frac{\pi}{4} \right)}{12 \left( \cos \left( -\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{2} \right) \right)} = \frac{32 \left( \cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right)}{12(i(-1))} = \frac{32(-i)}{12(-i)} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ .

где  $r = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2, \varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \operatorname{arctg} \frac{-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}} = \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$

**Ответ.** а)  $\frac{31}{5} - \frac{23}{5}i$ ; б)  $-1 + i$ ; в)  $2\frac{2}{3}$ .

4. Выполнить действия и результат записать в тригонометрической форме  $\frac{(1+i)^8}{(1-i)^6}$

**Решение.** 
$$\frac{(1+i)^8}{(1-i)^6} = \frac{\sqrt{2}^8 (\cos(8 \cdot \frac{\pi}{4}) + i \sin(8 \cdot \frac{\pi}{4}))}{\sqrt{2}^6 (\cos(6 \cdot (-\frac{\pi}{4})) + i \sin(6 \cdot (-\frac{\pi}{4})))} = \frac{\sqrt{2}^2 (\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})}{(\cos(-\frac{3\pi}{2}) + i \sin(-\frac{3\pi}{2}))} = \frac{2i}{i} = 2,$$

где  $r_1 = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ ,  $\varphi_1 = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \operatorname{arctg} \frac{1}{1} = \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$ ,

$r_2 = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ ,  $\varphi_2 = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \operatorname{arctg} \frac{-1}{1} = \operatorname{arctg}(-1) = -\frac{\pi}{4}$ .

Таким образом,  $z = 2$

Запишем данное число в тригонометрической форме:

$z = 2 (\cos 0^\circ + i \cos 0^\circ)$

**Ответ.**  $z = 2 (\cos 0^\circ + i \cos 0^\circ)$

5. Выполнить действия и результат записать в показательной форме  $7 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^3$ .

**Решение.** 
$$7 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^3 = 7 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^3 = 7 \cdot 1^3 \cdot \left( \cos 3 \frac{\pi}{6} + i \sin 3 \frac{\pi}{6} \right) = 7 \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

$z = 7 \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$ .

**Ответ.**  $z = 7 \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$ .

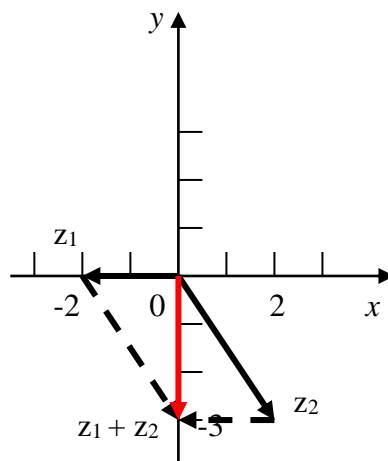
6. Решить уравнение  $x^2 + 8x + 80 = 0$ .

**Решение.**  $x^2 + 8x + 80 = 0$ ,  $D = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 80 = -256$ ,  $x_1 = \frac{-8 - \sqrt{-256}}{2} = -4 - 8i$ ,

$x_2 = -4 + 8i$ .

**Ответ.**  $x_1 = -4 - 8i$ ,  $x_2 = -4 + 8i$ .

7. Построить слагаемые  $z_1 = -2$  и  $z_2 = 2 - 3i$  и их сумму.



Проверка:  $z_1 + z_2 = (-2) + (2 - 3i) = -2 + 2 - 3i = -5i$ .

**Ответ.**  $-5i$

## Дифференциальные уравнения.

### Дифференциальные уравнения 1-го порядка

#### Тематика внеаудиторной самостоятельной работы:

Решение упражнений

#### УПРАЖНЕНИЯ:

#### 4.1 Решить дифференциальные уравнения:

а)  $\frac{dy}{x-1} - \frac{dx}{y-2} = 0$ ; б)  $4xydx - (x^2 + 1)dy = 0$ ; в)  $\frac{dy}{dx} - 2y - 3 = 0$ ;

г)  $\frac{dy}{x^2} - \frac{dx}{y^2} = 0$ ; д)  $(1 + y)dx - (1 - x)dy = 0$ ; е)  $(x^2 + 1)dy - xydx = 0$ ;

#### 4.2 Найти частные решения дифференциальных уравнений:

а)  $xdy = 2ydx = 0$ ;  $y(-2)=8$ ; б)  $e^x dx - ydy = 0$ ;  $y(0)=3$ ;

в)  $y^2 dx - e^x dy = 0$ ; при  $x=0$  и  $y=1$ .

Форма контроля самостоятельной работы: проверка преподавателем выполненных упражнений.

### Дифференциальные уравнения 2-го порядка

*Предварительно ознакомьтесь со следующими теоретическими положениями:*

#### Алгоритм решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами

1. Записывают дифференциальное уравнение в виде

$$y'' + py' + qy = 0.$$

2. Составляют его характеристическое уравнение

$$k^2 + pk + q = 0$$

3. Вычисляют его дискриминант

$$D = p^2 - 4q.$$

а) Если  $D > 0$ , то уравнение имеет два разных корня  $k_1$  и  $k_2$ , а общее решение записывается в виде

$$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_2 x}$$

б) Если  $D = 0$ , то уравнение имеет два корня  $k_1 = k_2$ , а общее решение записывается в виде

$$y = C_1 e^{kx} + C_2 x e^{kx}$$

в) Если  $D < 0$ , то уравнение имеет комплексные корни

$k_{1,2} = a \pm bi$ , а общее решение записывается в виде  $y = e^{ax}(C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$ .

#### УПРАЖНЕНИЯ:

#### 4.3 Решить дифференциальные уравнения второго порядка:

а)  $y'' - 5y' + 6y = 0$ ; б)  $y'' + y' + y = 0$ ; в)  $y'' - 2y' + y = 0$ ; г)  $y'' - 2y' + 3y = 0$ ; д)  $y'' + 3y' = 0$ ; е)  $y'' - 3y' + 2y = 0$ ;

ж)  $y'' + 49y = 0$ ; з)  $y'' - 4y' + 10y = 0$ ; и)  $y'' - 8y' = 0$ .

4.4 Подготовить сообщение по теме «Применение дифференциальных уравнений».

**Форма контроля самостоятельной работы:** демонстрация собранного материала по теме, проверка преподавателем выполненных упражнений.

Дополнительный материал для подготовки к промежуточной аттестации в форме диффзачёта по УД Элементы высшей математики

Пример задания

Обязательная часть

1 (1 балл). Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 20 метров больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохранной зоны, поэтому его ширину уменьшили на 10 метров. Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила 2800 кв.м.

2 (1 балл). Вычислите определитель третьего порядка: 
$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$$

3 (1 балл). Вычислите  $3A - 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & -7 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

4 (1 балл). Продифференцируйте данную функцию:  $y = \sqrt{x^2 - 4}$

5 (1 балл). Найдите вторую производную функции:  $f(x) = (5x + 7)^4$

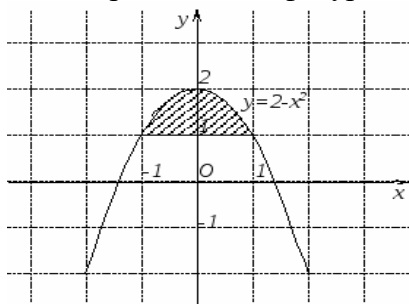
6 (1 балл). Укажите номер правильного ответа: Если на некотором промежутке производная функции отрицательна, то функция на этом промежутке  
а) возрастает; б) убывает.

7 (1 балл). Найдите неопределенный интеграл  $\int (7 - 8x + 4x^3 - 6x^5) dx$

8 (1 балл). Найдите неопределенный интеграл  $\int \frac{x^3}{1 + x^4} dx$

9 (1 балл). Вычислите значение определенного интеграла:  $\int_1^3 (3x - 5x^2) dx$

10 (1 балл). Вычислите площадь заштрихованной фигуры:



11 (1 балл). Напишите формулу Ньютона-Лейбница.

12 (1 балл). Найти минор и алгебраическое дополнение элемента  $a_{13}$ :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 5 \\ 1 & 7 & -1 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x} :$$

13 (1 балл). Вычислите предел:

14. (1 балл). Отметьте правильный ответ

Если существуют пределы функций  $f(x)$  и  $g(x)$  при  $x$  стремящемся к  $a$ , то существует также и предел их частного:

a)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

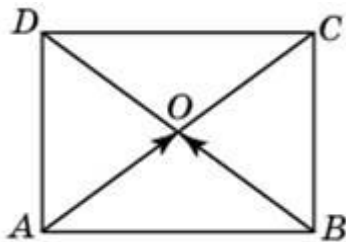
б)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

в)  $\frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$

г)  $k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$

11. (1 балл). Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $A(2; -4)$  и  $B(-3; 1)$ .

12. (1 балл). Две стороны прямоугольника  $ABCD$  (см. рисунок) равны 13 и 8. Диагонали пересекаются в точке  $O$ . Найдите длину суммы векторов  $\vec{BO}$  и  $\vec{AO}$ .



13. (1 балл). Найдите вертикальные асимптоты кривой

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$$

14. (1 балл). Решите дифференциальное уравнение:  $(1 + y^2)dx = (1 + x^2)dy$ .

#### Дополнительная часть

19 (3 балла). Вычислите:  $D = C^2 - (A \times B)^T$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

20 (3 балла). Решить систему линейных уравнений (любым способом)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$$

21 (3 балла). Найти производную функции:  $y = e^{\sin(2x-4)}$

22 (3 балла). Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4 - x^2 \text{ и } y = 2 - x$$

## **Методические рекомендации по написанию доклада, информационного сообщения, реферата**

**Подготовка информационного сообщения** – это вид ВСР по подготовке небольшого по объёму устного сообщения для озвучивания на семинаре, практическом занятии. Сообщаемая информация носит характер уточнения или обобщения, несёт новизну, отражает современный взгляд по определённым проблемам.

Сообщение отличается от докладов и рефератов не только объёмом информации, но и её характером – сообщения дополняют изучаемый вопрос фактическими или статистическими материалами. Оформляется задание письменно, оно может включать элементы наглядности (иллюстрации, демонстрацию).

Регламент времени на озвучивание сообщения – до 5 мин.

Роль преподавателя:

- определить тему и цель сообщения;
- определить место и сроки подготовки сообщения;
- оказать консультативную помощь при формировании структуры сообщения;
- рекомендовать базовую и дополнительную литературу по теме сообщения;
- оценить сообщение в контексте занятия.

**Структура.** Сообщение, доклад должны иметь определённую структуру:

- **Введение**  
Введение содержит мотивацию и актуальность выбранной темы, цель написания сообщения, доклада
- **Основное содержание**  
Тема раскрывается на 2-3 страницах. Материал содержит различные точки зрения на излагаемую тему. Материал разбивается на смысловые части. Каждая часть заканчивается выводом
- **Заключение**  
В заключение автор выражает своё отношение к теме. Вывод не должен противоречить выводам каждой части
  - Список используемой литературы

**Требования к подготовке сообщений, докладов**

1. Выбрать тему сообщения, доклада. Она должна быть актуальной, проблемной, конкретно сформулированной
2. Составить план сообщений, докладов.
3. Подобрать литературу по выбранной теме. Сделать все необходимые выписки.
  - источников должно быть не меньше 3-х
  - прочитать текст, разбить его смысловые на части, выделить непонятные слова, найти их значение
  - сделать необходимые выписки
4. Написать сообщение, доклад

#### **Защита сообщений, докладов**

1. Выступление не должно быть больше 7 минут. Автор называет тему сообщения, доклада и объясняет свой выбор и актуальность темы. Далее кратко характеризуются использованные источники. Затем кратко излагаются основные идеи работы и выводы. В ходе выступления обязательно высказывается своё аргументированное мнение
2. Слушатели задают вопросы. Отвечать нужно кратко, корректно и чётко
3. Заключительное слово автора

#### **Критерии оценки:**

- актуальность темы;
- соответствие содержания теме;
- глубина проработки материала;
- грамотность и полнота использования источников;
- наличие элементов наглядности.

**Написание реферата** – это более объёмный, чем сообщение, вид ВСП обучающихся, содержащий информацию, дополняющую и развивающую основную тему, изучаемую на аудиторных занятиях. Ведущее место занимают темы, представляющие профессиональный интерес, несущие элемент новизны. Реферативные материалы должны представлять письменную модель первичного документа – научной работы, монографии, статьи. Реферат может включать обзор нескольких источников и служить основой для доклада на определённую тему на семинарах, конференциях.

Регламент озвучивания реферата – 7-10 мин.

Затраты времени на подготовку материала зависят от трудности сбора информации, сложности материала по теме, индивидуальных особенностей студента и определяются преподавателем.

Ориентировочное время на подготовку – 4 ч

В качестве дополнительного задания планируется заранее и вносится в карту самостоятельной работы в начале изучения дисциплины.

Роль преподавателя: идентична роли при подготовке студентом информационного сообщения, но имеет особенности, касающиеся:

- выбора источников (разная степень сложности усвоения научных работ, статей);
- составления плана реферата (порядок изложения материала);
- формулирования основных выводов (соответствие цели);
- оформления работы (соответствие требованиям к оформлению).

Роль обучающегося: идентична при подготовке информационного сообщения, но имеет особенности, касающиеся:

- выбора литературы (основной и дополнительной);
- изучения информации (уяснение логики материала источника, выбор основного материала, краткое изложение, формулирование выводов);
- оформления реферата согласно установленной форме.

Критерии оценки:

- актуальность темы;
- соответствие содержания теме;
- глубина проработки материала;
- грамотность и полнота использования источников;
- соответствие оформления реферата требованиям.

•

**Оценка «5» (отлично)** выставляется, при актуальности темы; соответствии содержания теме; глубокой проработкой материала; грамотность и полнота использования источников; наличие элементов наглядности. Обучающийся четко и ясно озвучивает сообщение, а не зачитывает.

**Оценка «4» (хорошо)** выставляется, при актуальности темы; соответствие содержания теме; грамотность и полнота использования источников; отсутствия элементов наглядности. Обучающийся четко зачитывает сообщение.

**Оценка «3» (удовлетворительно)** выставляется, если сообщение не вполне соответствует содержанию темы; отсутствуют элементы наглядности. Обучающийся монотонно зачитывает сообщение.

**Оценка «2» (неудовлетворительно)** выставляется, если сообщение не соответствует теме, отсутствуют элементы наглядности. Обучающийся монотонно зачитывает сообщение

### **2.3.Методические рекомендации по работе с ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСАМИ (для подготовки сообщений, докладов, рефератов)**

Среди Интернет-ресурсов, наиболее часто используемых обучающимися в самостоятельной работе, следует отметить электронные библиотеки, образовательные порталы, тематические сайты, библиографические базы данных, сайты периодических изданий. Для эффективного поиска в WWW обучающийся должен уметь и знать:

- чётко определять свои информационные потребности, необходимую ретроспективу информации, круг поисковых серверов, более качественно индексирующих нужную информацию,
- правильно формулировать критерии поиска;
- определять и разделять размещённую в сети Интернет информацию на три основные группы: справочная (электронные библиотеки и энциклопедии), научная (тексты книг, материалы газет и журналов) и учебная (методические разработки, рефераты);
- давать оценку качества представленной информации, отделить действительно важные сведения от информационного шума;
- давать оценки достоверности информации на основе различных признаков, по внешнему виду сайта, характеру подачи информации, её организации;
- уметь анализировать информацию, определять её внутреннюю непротиворечивость.

Запрещена передача другим пользователям информации, представляющей коммерческую или государственную тайну, распространять информацию, порочащую честь и достоинство граждан. Правовые отношения регулируются Законом «Об информации, информатизации и защите информации», Законом «О государственной тайне», Законом «Об авторском праве и смежных правах», статьями Конституции об охране личной тайны, статьями Гражданского кодекса и статьями Уголовного кодекса о преступлениях в сфере компьютерной информации.

**При работе с Интернет-ресурсами** обращайтесь внимание на источник: оригинальный авторский материал, реферативное сообщение по материалам других публикаций, студенческая

учебная работа (реферат, курсовая, дипломная и др.). Оригинальные авторские материалы, как правило, публикуются на специализированных тематических сайтах или в библиотеках, у них указывается автор, его данные. Выполнены такие работы последовательно в научном или научно-популярном стиле. Это могут быть научные статьи, тезисы, учебники, монографии, диссертации, тексты лекций. На основе таких работ на некоторых сайтах размещаются рефераты или обзоры. Обычно они не имеют автора, редко указываются источники реферирования. Сами сайты посвящены разнообразной тематике. К таким работам стоит относиться критически, как и к сайтам, где размещаются учебные студенческие работы. Качество этих работ очень низкое, поэтому сначала подумайте, оцените ресурс, а уже потом им пользуйтесь. В остальном с интернет-источниками можно работать как с обычной печатной литературой. Интернет – это ещё и огромная библиотека, где вы можете найти практически любой художественный текст. В интернете огромное количество словарей и энциклопедий, использование которых приветствуется.

#### **2.4.Методические рекомендации по составлению презентаций**

Требования к презентации.

На первом слайде размещается:

- название презентации;
- автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);
- год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

## Оформление слайдов

Стиль	необходимо соблюдать единый стиль оформления; нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации; вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)
Фон	для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)
Использование цвета	на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста; для фона и текста используются контрастные цвета; особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)
Анимационные эффекты	нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде; не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде

## Представление информации

Содержание информации	следует использовать короткие слова и предложения; время глаголов должно быть везде одинаковым; следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных; заголовки должны привлекать внимание аудитории
Расположение информации на странице	предпочтительно горизонтальное расположение информации; наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана; если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней.
Шрифты	для заголовков не менее 24;

	<p>для остальной информации не менее 18;</p> <p>шрифты без засечек легче читать с большого расстояния;</p> <p>нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации;</p> <p>для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа;</p> <p>нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже, чем строчные).</p>
Способы выделения информации	<p>Следует использовать: рамки, границы, заливку разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки</p> <p>рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов</p>
Объем информации	<p>не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут одновременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений.</p> <p>Наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.</p>
Виды слайдов	<p>Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.</p>

